Operações com números racionais decimais

Adição

Considere a seguinte adição:

1,28 + 2,6 + 0,038

Transformando em frações decimais, temos:

$$\frac{128}{100}+\frac{26}{10}+\frac{38}{1.000}=\frac{1.280}{1.000}+\frac{2.600}{1.000}+\frac{38}{1.000}=\frac{3.918}{1.000}=3{,}918$$

Método prático

1º) Igualamos o números de casas decimais, com o acréscimo de zeros;
2º) Colocamos vírgula debaixo de vírgula;
3º) Efetuamos a adição, colocando a vírgula na soma alinhada com as demais.

Exemplos:

1,28 + 2,6 + 0,038

$$\begin{array}{r} 1{,}280 \\ +\,2{,}600 \\ 0{,}038 \\ \hline 3{,}918 \end{array}$$

35,4 + 0,75 + 47

$$\begin{array}{r} 35{,}40 \\ +\ \ 0{,}75 \\ 47{,}00 \\ \hline 83{,}15 \end{array}$$

6,14 + 1,8 + 0,007

$$\begin{array}{r} 6{,}140 \\ +\,1{,}800 \\ 0{,}007 \\ \hline 7{,}947 \end{array}$$

Subtração

Considere a seguinte subtração:

3,97 - 2,013

Transformando em fração decimais, temos:

$$\frac{397}{100}-\frac{2.013}{1.000}=\frac{3.970}{1.000}-\frac{2.013}{1.000}=\frac{1.957}{1.000}=1{,}957$$

Método prático

1º) Igualamos o números de casas decimais, com o acréscimo de zeros;
2º) Colocamos vírgula debaixo de vírgula;
3º) Efetuamos a subtração, colocando a vírgula na diferença, alinhada com as demais.

Exemplos:

3,97 - 2,013

$$\begin{array}{r} 3{,}\ 970 \\ -\,2{,}\ 013 \\ \hline 1{,}\ 957 \end{array}$$

17,2 - 5,146

$$\begin{array}{r} 17{,}\ 200 \\ -\ \ 5{,}\ 146 \\ \hline 12{,}\ 054 \end{array}$$

9 - 0,987

$$\begin{array}{r} 9{,}\ 000 \\ -\,0{,}\ 987 \\ \hline 8{,}\ 013 \end{array}$$

Multiplicação

Considere a seguinte multiplicação: 3,49 · 2,5

Transformando em fração decimais, temos: $\frac{349}{100}\cdot\frac{25}{10}=\frac{8.725}{1.000}=8{,}725$

Método prático

Multiplicamos os dois números decimais como se fossem naturais. Colocamos a vírgula no resultado de modo que o número de casas decimais do produto seja igual à soma dos números de casas decimais do fatores.

Exemplos:

3,49 · 2,5

$$\begin{array}{rl} 3{,}49 & \longrightarrow \textbf{2 casas decimais.} \\ \times\ \ 2{,}5 & \longrightarrow \textbf{1 casa decimal.} \\ \hline 1745 & \\ +\ 698\ \ & \\ \hline 8{,}725 & \longrightarrow \textbf{3 casas decimais.} \end{array}$$

1,842 · 0,013

$$\begin{array}{r} 1,842 \\ \times\ 0,013 \\ \hline 5526 \\ +\ 1842 \\ \hline 0,023946 \end{array} \quad \begin{array}{l} \longrightarrow \text{3 casas decimais.} \\ \longrightarrow \text{3 casas decimais.} \\ \\ \\ \longrightarrow \text{6 casas decimais.} \end{array}$$

Observação:

1. Na multiplicação de um **número natural por um número decimal**, utilizamos o método prático da multiplicação. Nesse caso o número de casas decimais do produto é igual ao número de casas decimais do fator decimal. Exemplo:

$$5 \cdot 0,\mathbf{423} = 2,\mathbf{115}$$

2. Para se multiplicar um número decimal por 10, 100, 1.000, ..., basta deslocar a vírgula **para a direita**uma, duas, três, ..., casas decimais. Exemplos:

$$2,684 \cdot 10 = \frac{2.684}{1.00\cancel{0}} \cdot 1\cancel{0} = \frac{2.684}{100} = 26,84$$

a vírgula desloca-se uma casa

$$2,684 \cdot 100 = \frac{2.684}{1.0\cancel{00}} \cdot 1\cancel{00} = \frac{2.684}{10} = 268,4$$

a vírgula desloca-se duas casas

$$2,684 \cdot 1.000 = \frac{2.684}{1.\cancel{000}} \cdot 1.\cancel{000} = \frac{2.684}{1} = 2684,0 = 2.684$$

a vírgula desloca-se três casas

3. Os números decimais podem ser transformados em porcentagens. Exemplos

$$0,05 = \frac{5}{100} = 5\% \qquad 1,17 = \frac{117}{100} = 117\% \qquad 5,8 = 5,80 = \frac{580}{100} = 580\%$$

Divisão

1º: Divisão exata

Considere a seguinte divisão: 1,4 : 0,05

Transformando em frações decimais, temos:

$$\frac{14}{10} : \frac{5}{100} = \frac{14}{1\cancel{0}} \cdot \frac{\overset{2}{\cancel{100}}}{\underset{1}{\cancel{5}}} = 28$$

Método prático

1º) Igualamos o números de casas decimais, com o acréscimo de zeros;
2º) Suprimimos as vírgulas;
3º) Efetuamos a divisão.

Exemplos:

• 1,4 : 0,05 Igualamos as casa decimais: 1,**40** : 0,05 Suprimindo as vírgulas: 140 : 5 Logo, o quociente de 1,4 por 0,05 é 28.	Efetuado a divisão $\begin{array}{r\|l} 140 & 5 \\ \cline{2-2} 40 & \mathbf{28} \\ 0 & \end{array}$
• 6 : 0,015 Igualamos as casas decimais 6,**000** : 0,015 Suprimindo as vírgulas 6.000 : 15 Logo, o quociente de 6 por 0,015 é 400.	Efetuando a divisão $\begin{array}{r\|l} 6000 & 15 \\ \cline{2-2} 000 & \mathbf{400} \end{array}$

- 4,096 : 1,6

Igualamos as casas decimais 4,096 : 1,600
Suprimindo as vírgulas 4.096 : 1.600

Efetuando a divisão

4.096 | 1.600
896 | 2

Observe que na divisão acima o quociente inteiro é 2 e o resto corresponde a 896 unidades. Podemos prosseguir a divisão determinando a parte decimal do quociente. Para a determinação dos décimos, colocamos uma vírgula no quociente e acrescentamos um zero resto, uma vez que 896 unidades corresponde a 8.960 décimos.

4.096 | 1.600
8960 | 2,

4.096 | 1.600
8960 | 2,5
960

Continuamos a divisão para determinar os centésimos acrescentando outro zero ao novo resto, uma vez que 960 décimos correspondem a 9600 centésimos.

4.096 | 1.600
8960 | 2,56
9600
0

O quociente 2,56 é exato, pois o resto é nulo.
Logo, o quociente de 4,096 por 1,6 é 2,56.

- 0,73 : 5

Igualamos as casas decimais 0,73 : 5,00
Suprimindo as vírgulas 73 : 500

Efetuando a divisão

73 | 500
0

Podemos prosseguir a divisão, colocando uma vírgula no quociente e acrescentamos um zero à direita do três. Assim:

730 | 500
230 | 0,1

Continuamos a divisão, obtemos:

730 | 500
2300 | 0,146
3000
0

Logo, o quociente de 0,73 por 5 é 0,146.

Em algumas divisões, o acréscimo de um zero ao resto ainda não torna possível a divisão. Nesse caso, devemos colocar um zero no quociente e acrescentar mais um zero ao resto. Exemplos:

- 2,346 : 2,3

Verifique 460 (décimos) é inferior ao divisor (2.300). Colocamos, então, um zero no quociente e acrescentamos mais um zero ao resto.

$$\begin{array}{r|l} 2.346 & 2.300 \\ \cline{2-2} 460 & 1, \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2.346 & 2.300 \\ \cline{2-2} 4600 & 1,0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2.346 & 2.300 \\ \cline{2-2} 4600 & 1,02 \\ 0 & \end{array}$$

Logo, o quociente de 2,346 por 2,3 é 1,02.

Observação:

Para se dividir um número decimal por 10, 100, 1.000, ..., basta deslocar a vírgula para a esquerdauma, duas, três, ..., casas decimais. Exemplos:

$$428{,}5 : 10 = \frac{4.285}{10} : 10 = \frac{4.285}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{4.285}{100} = 42{,}85$$

a vírgula desloca-se uma casa

$$428{,}5 : 100 = \frac{4.285}{10} : 100 = \frac{4.285}{10} \cdot \frac{1}{100} = \frac{4.285}{1000} = 4{,}285$$

a vírgula desloca-se duas casas

$$428{,}5 : 1000 = \frac{4.285}{10} : 1000 = \frac{4.285}{10} \cdot \frac{1}{1000} = \frac{4.285}{10.000} = 0{,}4285$$

a vírgula desloca-se três casas

2º : Divisão não-exata

No caso de uma divisão não-exata determinamos o quociente aproximado por falta ou por excesso.

Seja, por exemplo, a divisão de 66 por 21:

$$\begin{array}{r|l} 66 & 21 \\ \cline{2-2} 3 & 3 \end{array} \longrightarrow \text{Quociente } \textbf{por falta}$$

$$\begin{array}{r|l} 66 & 21 \\ \cline{2-2} & 4 \end{array} \longrightarrow \text{Quociente } \textbf{por excesso}$$

Quocientes aproximados

Tomando o quociente 3 (por falta), ou 4 (por excesso), estamos cometendo um erro que uma unidade, pois o quociente real encontra-se entre 3 e 4.

Logo:

$$3 < \frac{66}{21} < 4$$

Assim, na divisão de 66 por 21, temos: afirmar que:

3 é o quociente aproximado por falta, a menos de uma unidade.

4 é o quociente aproximado por excesso, a menos de uma unidade.

Prosseguindo a divisão de 66 por 21, temos:

$$\begin{array}{r|l} 66 & 21 \\ \cline{2-2} 30 & 3{,}1 \\ 9 & \end{array} \quad \text{Divisão com aproximação de décimos}$$

Podemos afirmar que:

3,1 é o quociente aproximado por falta, a menos de um décimo.

3,2 é o quociente aproximado por excesso, a menos de um décimo.

Dando mais um passo, nessa mesma divisão, temos:

Podemos afirmar que:

3,14 é o quociente aproximado por falta, a menos de um centésimo.

3,15 é o quociente aproximado por excesso, a menos de um centésimo.

Observação:

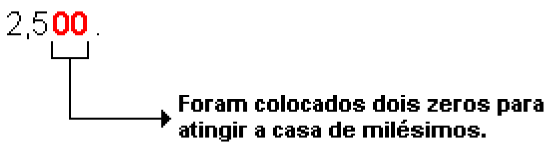
1. As expressões têm o mesmo significado:
   - Aproximação por falta com erro menor que 0,1 ou aproximação de décimos.
   - Aproximação por falta com erro menor que 0,01 ou aproximação de centésimos e, assim, sucessivamente.
2. Determinar um quociente com aproximação de décimos, centésimos ou milésimos significa interromper a divisão ao atingir a primeira, segunda ou terceira casa decimal do quociente, respectivamente. Exemplos:

13 : 7 = 1,8 (aproximação de décimos)
13 : 7 = 1,85 (aproximação de centésimos)
13 : 7 = 1,857 (aproximação de milésimo)

Cuidado!

No caso de ser pedido um quociente com aproximação de uma divisão exata, devemos completar com zero(s), se preciso, a(s) casa(s) do quociente necessária(s) para atingir tal aproximação. Exemplo:

O quociente com aproximação de milésimos de 8 de 3,2 é



Representação Decimal de uma Fração Ordinária

Podemos transformar qualquer fração ordinária em número decimal, devendo para isso dividir o numerador pelo denominador da mesma. Exemplos:

- Converta $\frac{3}{4}$ em número decimal.

30	4
20	0,75
0	

Logo, $\frac{3}{4}$ é igual a 0,75 que é um decimal exato.

- Converta $\frac{1}{3}$ em número decimal.

10	3
10	0,333...
10	
1	

Logo, $\frac{1}{3}$ é igual a 0,333... que é uma dízima periódica simples.

- Converta $\frac{5}{6}$ em número decimal.

$$\begin{array}{r|l} 50 & 6 \\ \hline 20 & 0{,}8333... \\ 20 & \\ 20 & \\ 2 & \end{array}$$

Logo, $\frac{5}{6}$ é igual a 0,8333... que é uma dízima periódica composta.

Dízima Periódicas

Há frações que não possuem representação decimal exata. Por exemplo:

$\frac{1}{3}$ = 0,333... $\frac{5}{6}$ = 0,8333...

Aos numerais decimais em que há repetição periódica e infinita de um ou mais algarismos, dá-se o nome de numerais decimais periódicos ou dízimas periódicas. Em uma dízima periódica, o algarismo ou algarismo que se repetem infinitamente, constituem o período dessa dízima. As dízimas classificam-se em dízimas periódicas **simples** e dízimas periódicas **compostas**. Exemplos:

$\frac{5}{9}$ = 0,555... (Período: 5) $\frac{7}{3}$ = 2,333... (Período: 3) $\frac{4}{33}$ = 0,1212... (Período: 12)

São dízimas periódicas simples, uma vez que o período apresenta-se logo após a vírgula.

$\frac{1}{45}$ = 0,0222...
Período: 2
Parte não periódica: 0

$\frac{1.039}{900}$ = 1,15444...
Período: 4
Parte não periódica: 15

$\frac{61}{495}$ = 0,1232323...
Período: 23
Parte não periódica: 1

São dízima periódicas compostas, uma vez que entre o período e a vírgula existe uma parte não periódica.

Observações

1. Consideramos parte não periódica de uma dízima o termo situado entre a vírgula e o período. Excluímos portanto da parte não periódica o inteiro.
2. Podemos representar uma dízima periódica das seguintes maneiras:

0,555... ou $0{,}\overline{5}$ ou $0{,}\dot{5}$

2,333... ou $2{,}\overline{3}$ ou $2{,}\dot{3}$

0,121212... ou $0{,}\overline{12}$

0,0222... ou $0{,}0\overline{2}$ ou $0{,}0\dot{2}$

1,15444... ou $1{,}15\overline{4}$ ou $1{,}15\dot{4}$

0,1232323... ou $0{,}1\overline{23}$

Geratriz de uma Dízima Periódica

É possível determinar a fração (número racional) que deu origem a uma dízima periódica. Denominamos esta fração de geratriz da dízima periódica.

Procedimentos para determinação de uma dízima:

Dízima simples

A geratriz de uma dízima simples é uma fração que tem para numerador o período e para denominador tantos noves quantos forem os algarismos do período.

Exemplos:

$$0{,}777\ldots = \frac{7}{9} \qquad 0{,}105105105\ldots = \frac{105}{999}$$

$$0{,}232323\ldots = \frac{23}{99} \qquad 7{,}323232\ldots = 7\frac{32}{99}$$

Dízima composto

A geratriz de uma dízima composta é uma fração da forma $\frac{n}{d}$, onde:

$n \longrightarrow$ parte não-periódica seguida do período, menos a parte não-periódica.

d → tantos noves quantos forem os algarismos do período seguidos de tantos zeros quantos forem os algarismos da parte não-periódica.

Exemplo:

$$0{,}04777\ldots = \frac{047 - 04}{900} = \frac{43}{900}$$

Dois zeros correspondentes aos algarismos da parte não-periódica (04).

Um nove correspondentes ao algarismo do peíodo (7).

12,53262626... = 12 + 0,53262626... = $12 + \dfrac{5.326 - 53}{9.900} = 12\dfrac{5.273}{9.900}$

otenciação

As potências nas quais a base é um número decimal e o expoente um número natural seguem as mesma regras desta operação, já definidas. Assim:

$(3{,}5)^2 = 3{,}5 \cdot 3{,}5 = 12{,}25$ $\qquad$ $(0{,}64)^1 = 0{,}64$

$(0{,}4)^3 = 0{,}4 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}4 = 0{,}064$ $\qquad$ $(0{,}18)^0 = 1$