Como reduzir a uma só potencia?

Você pode tirar o mínimo multiplo comum (MMC) entre todos os termos apresentados.

Mas,

existe outra maneira de encontrar, pode-se multiplicar todos os números em vez de de tirar o MMC, será um multiplo comum entre todos. O resultado dará o mesmo no fim da conta, porém seu numero nesse caso poderá ficar bem grande.

Se for para reduzir potências de mesma base, conserva a base e soma os expoentes:

$2^3 + 2^5 = 2^{3+5} => 2^8$

Para se reduzir a uma só potência devemos dominar as propriedades das potências de mesma base:

1) Multiplicação: "Mantém a base e soma os expoentes"

$2^4.2^5.2^1 = 2^{4+5+1} = 2^{10}$ pode-se calcular o valor que é 1024.

2) Divisão: "Mantém a base e subtrai os expoentes"

$3^9.3^2.3^4 = 3^{9-2-4} = 3^3$ pode-se calcular .....27.

3) Potência de potência: Mantém a base e multiplica os expoentes.

$(2^3)^4 = 2^{3.4} = 2^{12}$ pode-se calcular .....4096.

Definição de fração

Fração é todo número escrito na forma $\frac{a}{b}$*, com b ≠ 0.*

Lembre que o denominador de todas as frações deverá ser sempre diferente de zero, pois do contrário este número não pertenceria aos reais. Dito isto, não mais escreverei esta condição nos exemplos que se seguem, presumindo que ela já ficou claramente detalhada neste pequeno lembrete.

Potenciação de frações

De potência sabemos que a^n = a.a.a.….a (n vezes). Da mesma forma, $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \ldots \times \frac{a}{b}$ (n vezes). Ou seja:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a.a.a.\ \ldots\ .a\ (n\ vezes)}{b.b.b.\ \ldots\ .b\ (n\ vezes)} = \frac{a^n}{b^n}$$

$$\downarrow$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Exemplos

1) $\left(-\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{(-3)^2}{4^2} = \frac{(-3)\times(-3)}{4\times 4} = \frac{9}{16}$

2) $\left(\frac{\sqrt[3]{3}}{2}\right)^3 = \frac{(\sqrt[3]{3})^3}{2^3} = \frac{\sqrt[3]{3}\times\sqrt[3]{3}\times\sqrt[3]{3}}{2\times 2\times 2} = \frac{\sqrt[3]{27}}{8} = \frac{3}{8}$

Quando o expoente é zero ou um

Convencionou-se dizer que:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1$$

$$\left(-\frac{4}{5}\right)^1 = -\frac{4}{5}$$

$$\left(-\frac{4}{5}\right)^0 = 1$$

I – Todo número real não nulo, seja ele fracionário ou não, elevado a 1 é igual a ele próprio.

II – Todo número real elevado a zero é igual a 1.

Exemplo

3) Qual é o valor de $\left(\frac{8}{3}-2\right)^1$?

$$\left(\frac{8}{3}-2\right)^1$$

$$\left(\frac{8-6}{3}\right)^1=\left(\frac{2}{3}\right)^1=\frac{2}{3}$$

Multiplicando ou dividindo potências de bases iguais

- Para multiplicar potências de mesma base, conserve a base e some os expoentes.
- Para dividir potências de mesma base, conserve a base e subtraia os expoentes.

Exemplos

(Para resolver as potências $\left(\frac{5}{2}\right)^4$ e $\left(\frac{1}{2}\right)^4$, proceda como nos exemplos anteriores).

4) Determine o produto $\left(\frac{5}{2}\right)^2\times\left(\frac{5}{2}\right)^3$.

$$\left(\frac{5}{2}\right)^2\times\left(\frac{5}{2}\right)^3=\left(\frac{5}{2}\right)^{2+3}=\left(\frac{5}{2}\right)^5$$

5) Qual é o quociente da divisão $\left(\frac{1}{2}\right)^9\div\left(\frac{1}{2}\right)^5$?

$$\left(\frac{1}{2}\right)^9\div\left(\frac{1}{2}\right)^5=\left(\frac{1}{2}\right)^{9-5}=\left(\frac{1}{2}\right)^4$$

Potencia de uma potência

- Na potência de uma potência, conserve a base e multiplique os expoentes.

Exemplo

6) Dada a potência $\left(\frac{1}{3}\right)^3$, determine o seu quadrado.

$$\left[\left(\frac{1}{3}\right)^3\right]^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^{3\times2} = \left(\frac{1}{3}\right)^6 = \frac{1}{729}$$

Expoentes negativos

Resolva potências de expoentes negativos utilizando a ideia de *inverso*. Veja o conceito a seguir.

$$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n \rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

Exemplos

7) Resolva:

a) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-4} = \left(\frac{5}{3}\right)^4 = \frac{5^4}{3^4} = \frac{625}{81}$

b) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(-\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{(-3)^3}{2^3} = -\frac{27}{8}$

Potência de base racional

Para resolver uma potência cuja base é um número fracionário, elevamos tanto o numerador quanto o denominador da fração ao expoente dado.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = a^n/b^n, \text{ com } b \neq 0.$$

Exemplo

$\left(\frac{1}{2}\right)^3 \rightarrow 1^3/2^3 = 1/8$ $\left(\frac{8}{3}\right)^1 = 8/3$ $\left(\frac{65}{2}\right)^0 = 1$

Potência de expoente negativo

A ideia de inverso é utilizada para solucionar potências de expoente negativo, transformamos numerador em denominador, e vice-versa, logo após, tornamos o expoente positivo.

$a^{-n} = (\frac{1}{a})^n = 1/a^n$

Exemplos

$5^{-2} \rightarrow 1/5^2 = 1/25$ $(\frac{2}{3})^{-3} \rightarrow (\frac{3}{2})^3 = 27/8$ $(\frac{1}{4})^{-1} \rightarrow 4^1 = 4$

Multiplicação de potências de mesma base

Resolvemos a multiplicação de potências de mesma base conservando uma das bases e adicionando os expoentes.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Exemplos

$4^2 \cdot 4^3 \rightarrow 4^{2+3} = 4^5$ $(\frac{1}{3})^1 \cdot (\frac{1}{3})^3 \rightarrow (\frac{1}{3})^{1+3} = (\frac{1}{3})^4$ $(0,5)^3 \cdot (0,5)^5 \rightarrow (0,5)^{3+5} = (0,5)^8$

Divisão de potências de mesma base

Toda divisão de potências de mesma base, com esta diferente de zero, pode ser resolvida conservando uma das bases e subtraindo os expoentes.

$$a^m : a^n = a^{m-n}, \text{ com } a \neq 0.$$

Exemplos

$6^4 : 6^2 \rightarrow 6^{4-2} = 6^2$

$(\frac{3}{10})^{10} : (\frac{3}{10})^9 \rightarrow (\frac{3}{10})^{10-9} = (\frac{3}{10})^1$

Multiplicação de fatores elevados ao mesmo expoente

Para o produto de dois ou mais fatores elevados ao mesmo expoente, elevamos cada um dos fatores ao expoente dado na questão.

$$(a \,.\, b)^n = a^n \,.\, b^n$$

Exemplos

$(5 \,.\, 6)^4 \rightarrow 5^4 \,.\, 6^4$

$(0,2 \,.\, 1,3)^3 \rightarrow (0,2)^3 \,.\, (1,3)^3$

Divisão de expoente igual

Aqui segue-se o mesmo critério dado na propriedade anterior: eleva-se o dividendo e o divisor ao mesmo expoente.

$$(a : b)^n = a^n : b^n$$

Exemplos

$(9 : 8)^5 = 9^5 : 8^5$

$(2,3 : 0,1)^2 = (2,3)^2 : (0,1)^2$

Potência de potência

Quando elevamos uma determinada potência à outra potência, temos uma potência de potência. Para resolvê-la, podemos conservar a base e multiplicar os expoentes.

$$(a^m)^n = a^{m \,.\, n}$$

Exemplos

$(2^3)^4 \rightarrow 2^{3 \cdot 4} = 2^{12}$ $[(1/5)^2]^5 \rightarrow (1/5)^{2 \cdot 5} = (1/5)^{10}$

Potência de base 10

A potência de base 10 é utilizada para abreviar a escrita de números que contenham n fatores 10, facilitando assim sua representação.

Exemplos

10^5 = 100000 (5 zeros)
10^7 = 10000000 (7 zeros)
10^3 = 1000 (3 zeros)

Nesse tipo de potência, quanto o expoente for positivo, ele indica a quantidade de zeros que deverão ser acrescentados após o algarismo 1.

10^{-2} = 0,01 (2 casas decimais)
10^{-5} = 0,00001 (5 casas decimais)

Aqui, como o expoente é negativo, ele indica o número de casas decimais que deverão ser criadas a partir do zero e com final 1.